

Esercitazione III: identificazione *ML* (maximum likelihood) e *MAP* (maximum a posteriori)

Si consideri il seguente modello ARX

$$y(k) = b u(k-1) + E(k) \text{ dove } E(k) \sim WGN(0, \lambda)$$

Lo studente

- Scriva uno script matlab che, forniti in ingresso λ e b , restituisca una simulazione dell'andamento dell'uscita per $N = 100$ istanti di campionamento a fronte di un ingresso costante ed unitario $u(k) = 1, k = 1 \dots N$.
- Calcoli la funzione di verosimiglianza $f(Z^N; \theta)$ per il modello in esame, estragga da questa un funzionale di costo $V^{ML}(\theta, Z^N)$ (quindi atto ad un problema di minimo) e crei uno script che calcoli il suddetto funzionale.
- Calcoli la probabilità a posteriori $f(Z^N; \theta) f_p(\theta)$ considerando il prior $f_p(\theta) \sim N(1.1 b, 1)$, estragga da questa un funzionale di costo $V^{MAP}(\theta, Z^N)$ e crei uno script che calcoli il suddetto funzionale.
- Scriva uno script che, sfruttando le funzioni definite ai punti precedenti
 - Simuli il sistema a fronte di due valori forniti dallo studente di λ e b ¹.
 - effettui le stime *ML* e *MAP* risolvendo i seguenti problemi di minimo
$$\hat{\theta}^{ML} = \arg \min_{\theta} -V^{ML}(\theta, Z^N)$$
$$\hat{\theta}^{MAP} = \arg \min_{\theta} -V^{MAP}(\theta, Z^N)$$
 - valuti la norma due degli errori di stima ottenuti

$$\|\varepsilon_s^{ML}\| = \|\hat{\theta}^{ML} - \theta_0\| = \|\hat{\theta}^{ML} - b\|.$$
$$\|\varepsilon_s^{MAP}\| = \|\hat{\theta}^{MAP} - \theta_0\| = \|\hat{\theta}^{MAP} - b\|.$$

Comandi matlab utili

- **abs**: calcola il valore assoluto.
- **disp**: stampa a video un vettore di caratteri (stringa);
- **num2str**: converte in una stringa un numero.
- **[,]**: operatore di concatenazione

¹ Per evitare problemi triviali e/o non risolvibili si richiede che $\lambda \in]0; 10[$ e $b \in]-3; 0[\cup]0; 3[$.